# Tema 2.1:
# Sistemas de numeración binarios

- Definiciones
- Bases de numeración
- Modos de representación
  - Representaciones numéricas
    - Coma fija (números enteros)
    - Suma-resta en base dos
  - Representaciones alfanuméricas

# Bibliografía básica

- Fundamentos de los Computadores. (Capítulo 2)

  Pedro de Miguel Anasagasti

  Ed. Paraninfo

- Arquitectura de Computadores (Anexo A)

  J. Antonio de Frutos, Rafael Rico

  Ed. Universidad de Alcalá

# Definiciones

- **Espacio material:** número de bits que se tienen para almacenar el dato (número o carácter)
  - **Byte** (8 bits)
  - **Palabra** (n bits)

- **Rango de representación:** valores máximo y mínimo que se pueden representar en un determinado sistema

- **Resolución de la representación:** diferencia entre un número y el siguiente inmediato

- **Longitud del código:** cuántos elementos diferentes se pueden obtener para una representación con *n* bits de espacio material. La longitud del código para *n* bits es $2^n$

# Bases de numeración (I)

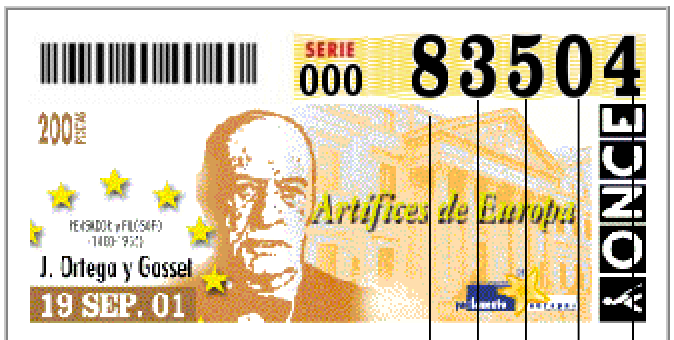
- Bases 2, 8, 10 y 16

| **Binario** (base 2) | **Octal** (base 8) | **Decimal** (base 10) | **Hexadecimal** (base 16) | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 (000) | 0 (0000) | 0 (0000) | A (1010) |
| 1 | 1 (001) | 1 (0001) | 1 (0001) | B (1011) |
| | 2 (010) | 2 (0010) | 2 (0010) | C (1100) |
| | 3 (011) | 3 (0011) | 3 (0011) | D (1101) |
| | 4 (100) | 4 (0100) | 4 (0100) | E (1110) |
| | 5 (101) | 5 (0101) | 5 (0101) | F (1111) |
| | 6 (110) | 6 (0110) | 6 (0110) | |
| | 7 (111) | 7 (0111) | 7 (0111) | |
| | | 8 (1000) | 8 (1000) | |
| | | 9 (1001) | 9 (1001) | |

# Bases de numeración (II)

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_7$ | $P_6$ | $P_5$ | $P_4$ | $P_3$ | $P_2$ | $P_1$ | $P_0$ |

A cada posición le corresponde un peso




Unidades

Decenas

Centenas

Unidades de millar

Decenas de millar

$$Valor = \sum_{i=0}^{n-1} x_i \cdot base^i$$

- Ejemplos:

- Consideremos el número binario 10101. Este representa el valor decimal:

  $1.\,2^{4} + 0.2^{3} + 1.2^{2} + 0.2^{1} + 1.2^{0} = 21$

- El número 78A en base hexadecimal pasado a decimal:

  $7.16^{2} + 8.16^{1} + 10.16^{0} = 1930$

# Representaciones numéricas en coma fija

- Coma fija:
  - Sin signo :
    - binario puro
  - Con signo:
    - Signo-magnitud
    - Complemento a la base, C2
    - C1
  - BCD

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_7$ | $P_6$ | $P_5$ | $P_4$ | $P_3$ | $P_2$ | $P_1$ | $P_0$ |

A cada posición le corresponde un peso

# Representaciones numéricas en coma fija
# Binario Puro

n=8 bits

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_7$ | $x_6$ | $x_5$ | $x_4$ | $x_3$ | $x_2$ | $x_1$ | $x_0$ |
| n-1 | | | | | | | 0 |

- Sistema posicional de base 2 para números enteros
- Donde los pesos son: $P_i = 2^i$
- Con palabra de longitud n:
  - $\text{Valor} = \sum_{i=0}^{n-1} 2^i \cdot x_i$
  - Rango: $[0, 2^n - 1]$
- Resolución = 1
- Extensión de signo, añadiendo 0s por la izquierda del MSB (bit más significativo)
- El computador debe detectar cuándo ocurre desbordamiento *(overflow)*:
  - En suma y multiplicación
  - En la resta si el resultado es negativo

# Representaciones numéricas en coma fija
# Complemento a la base, Complemento a 2

- Números positivos : comienzan por 0, representados en binario puro
- Números negativos : comienzan por 1, representados en C2
- El MSB indica el signo, pero se opera con los n bits como un conjunto indivisible
- -A = **Complemento a dos** de **A**, n=número de bits de la representación
  - $2^n$ - A
  - $\bar{A}$ +1
- Con palabra de longitud n:
  - $$\text{Valor} = \begin{cases} +\sum_{i=0}^{n-1} 2^i \cdot x_i & \text{si } x_{n-1} = 0 \\ -\text{Valor}(\text{C2}(\text{número})) & \text{si } x_{n-1} = 1 \end{cases}$$
  - Rango: [$-2^{n-1}$, -1, 0, ($2^{n-1}$ - 1)]
- Resolución = 1
- Extensión de signo, se realiza copiando el MSB en los bits de la izquierda

# Representaciones numéricas en coma fija
# BCD

- Se convierten, uno a uno, los dígitos decimales a binario
- Dos clases:
  - BCD empaquetado
  - BCD desempaquetado
- Representación de BCD desempaquetado (alfanumérico)
- Representación de BCD empaquetado

byte

| 0000 | Dígito BCD |
|---|---|

byte

| Dígito BCD | Dígito BCD |
|---|---|

| Valor | BCD | Valor | BCD |
|---|---|---|---|
| 0 | 0000 | 5 | 0101 |
| 1 | 0001 | 6 | 0110 |
| 2 | 0010 | 7 | 0111 |
| 3 | 0011 | 8 | 1000 |
| 4 | 0100 | 9 | 1001 |

# Suma-resta en Complemento a 2

- Se simplifican las operaciones de suma y resta, se hacen sin tener en cuenta los signos de los operandos y el acarreo final se ignora
- La resta se reduce a sumar el número complementado A – B = A + Ca2(B)

- En la suma, el desbordamiento (overflow) se produce si:
  - A>=0 y B>=0 y A + B < 0
  - A < 0 y B < 0 y A + B>=0

- **Ejemplo: A= 0111 y B=0101** : -A= 1001 y -B= 1011
  - A + B = 0111 + 0101 = 1100 y $C_f$ = 0 : Desbordamiento
  - A - B = A + (-B) = 0111 + 1011 = 0010 y $C_f$ = 1
  - -A + B = 1001 + 0101 = 1110 y $C_f$ = 0
  - -A - B = (-A) + (-B) = 1001 + 1011 = 0100 y $C_f$ = 1 : Desbordamiento

# Suma en hexadecimal

| + | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F |
| **1** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | **0** |
| **2** | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | **0** | **1** |
| **3** | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | **0** | **1** | **2** |
| **4** | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | **0** | **1** | **2** | **3** |
| **5** | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** |
| **6** | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **7** | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **8** | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** |
| **9** | 9 | A | B | C | D | E | F | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** |
| **A** | A | B | C | D | E | F | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
| **B** | B | C | D | E | F | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **A** |
| **C** | C | D | E | F | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **A** | **B** |
| **D** | D | E | F | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **A** | **B** | **C** |
| **E** | E | F | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **A** | **B** | **C** | **D** |
| **F** | F | **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **A** | **B** | **C** | **D** | **E** |

Los valores implican que me llevo 1 de acarreo

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | | |
| | F | A | B | E | |
| | C | A | F | E | + |
| 1 | C | 5 | B | C | |

# Modos de representación alfanumérica (I)

- Representaciones alfanuméricas:
  - Codifican mediante un grupo de bits (6, 7, 8, 16) cada uno de los caracteres a representar.
  - Ejemplos de códigos alfanuméricos:
    - 6 bits (64 caracteres posibles) Fieldata y BCDIC
    - 7 bits (128 caracteres posibles) ASCII
    - 8 bits (256 caracteres posibles) ASCII extendido y EBCDIC
    - 16 bits (65536 caracteres posibles) UNICODE

# Modos de representación alfanumérica (III)
## Código ASCII